
FEUILLE 6 : EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Equations différentielles linéaires à coefficients constants sans second membre

Résoudre les équations suivantes :

- a) $y' + 2y = 0$ avec $y(0) = 0$
- b) $3y' + y = 0$ avec $y(0) = 1$
- c) $2y' + 3y = 0$
- d) $y'' + y' = 0$
- e) $y'' - 4y' + 3y = 0$
- f) $y'' + y' + y = 0$
- g) $y'' - 6y' + 9y = 0$

Equations différentielles linéaires à coefficients constants avec second membre

Résoudre les équations suivantes :

- a) $y'(x) + y(x) = 2 + 2x$
- b) $y' + 3y = x + 1$
- c) $y' - 4y = (2x + 3)e^x$
- d) $s' - 5s = \cos(4t) + \sin(4t)$ avec $s(0) = 0$
- e) $\frac{du}{dt} - u = e^t(t^2 + 1)$ avec $u(0) = 1$

Equations différentielles linéaires du premier ordre sans second membre

Résoudre les équations suivantes :

- a) $y' - \frac{1+x^2}{x(x^2-1)}y = 0$
- b) $y' + \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} = 0$
- c) $y' + y \tan(x) = 0$

Equations différentielles linéaires du premier ordre avec second membre

Résoudre sur l'intervalle I de \mathbb{R} proposé les équations différentielles suivantes :

- a) $x \ln(x)y' + y = x$ où $I =]1, \infty[$
- b) $x(xy' + y - x) = 1$ où $I =]-\infty, 0[$
- c) $2xy' + y = x^4$ où $I =]-\infty, 0[$
- d) $y' + 2y = x^2 - 3x$ où $I = \mathbb{R}$
- e) $y' + y = \frac{1}{1+2e^x}$ où $I = \mathbb{R}$
- f) $y' \sin x - y \cos x + 1 = 0$ où $I =]0, \pi[$
- g) $y' + \frac{y}{x^2} = -\frac{1}{x^3}$ où $I =]0, \infty[$
- h) $y' + (\tan x)y = \cos^2 x$ où $I =]0, \pi[$

i) $(1 + x^2)y' - 4xy = 3x^2 - x^4$ où $I = \mathbb{R}$

j) $y' + 2y = e^x$ où $I = \mathbb{R}$

Equations différentielles du premier ordre - Séparation des variables

Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $y'y = e^{x-y}$

b) $\sqrt{y} = xy'$

c) $y' = (2x + 3x^2)(1 + y)$

d) $\frac{e^y-1}{e^y-2}y' = \frac{1}{x}$

e) $(3x^2y - xy)dx + (2x^3y^2 + x^3y^4)dy = 0$

f) $xdy - ydx = 0$

g) $4xdy - ydx = x^2dy$

h) $(x^2 - 1)ydx + x^2(y - 1)dy = 0$

Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants avec second membre

Résoudre sur les équations différentielles suivantes :

a) $y'' = \omega^2y + 1$

b) $y'' + 2y' + y = 2$

c) $y'' + \omega^2y = 1$

d) $y'' + 2y' + 5y = 5 \cos x$

e) $y'' + y' - 2y = e^{-2x}$

f) $y'' + y' + y = x^2 + 1$